

APRIL/MAY 2019

**BMA21 — CALCULUS**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. Prove that  $\frac{d^n}{dx^n}(e^{ax}) = a^n e^{ax}$ .

நிறுவுக:  $\frac{d^n}{dx^n}(e^{ax}) = a^n e^{ax}$ .

2. State Leibnitz Theorem.

லிபினிட்ஸ் தேற்றத்தை வரையறு.

3. Write the formula for radius of curvature in Polar form.

போலார் வடிவ வளைவு ஆர வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

4. Find  $\phi$  in terms of  $\theta$  for the curve  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ .

$r^2 = a^2 \cos 2\theta$  என்ற வளைவரைக்கு  $\phi$ -ன் மதிப்பை  $\theta$  வில் காண்க.



5. Define asymptote.

வரையறு: கந்தழி தொடுகோடு.

6. Find the asymptotes of the curve

$$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0.$$

$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$  என்ற வளைவரையின் கந்தழி தொடுகோடுகளை காண்க.

7. Write the reduction formula for  $\int \sin^n x dx$ .

$\int \sin^n x dx$  ன் குறைத்தல் வாய்பாட்டை எழுதுக.

8. Define Gamma function.

வரையறு: காமா சார்பு.

9. Evaluate  $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$ .

மதிப்பிடுக:  $\int_1^2 \int_1^x xy^2 dy dx$ .

10. Evaluate  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c xyz dz dy dx$ .

மதிப்பிடுக:  $\int_0^a \int_0^b \int_0^c xyz dz dy dx$ .

19. Prove that  $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$

நிறுவுக:  $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$ .

20. Evaluate  $\iint (x^2 + y^2) dx dy$  over the region for which  $x, y$  are each  $\geq 0$  and  $x + y \leq 1$ .

$x, y$  என்பன  $\geq 0$  மற்றும்  $x + y \leq 1$  என்ற பகுதியின் மேல்  $\iint (x^2 + y^2) dx dy$  ஐ மதிப்பிடுக.





SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  prove that  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$  hence show that  $y_{n+2}(0) = (n^2 - m^2)y_n(0)$ .

$y = \sin(m \sin^{-1} x)$  எனில்  $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$  என நிறுவுக. அதிலிருந்து  $y_{n+2}(0) = (n^2 - m^2)y_n(0)$  எனக் காட்டு.

17. Prove that the radius of curvature at any point of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  is  $4a \cos(\theta/2)$ .

$x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற உருள்வளைக்கு ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வளைவு ஆரம்  $4a \cos(\theta/2)$  என நிறுவுக.

18. Find the asymptotes of  $x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1$ .

$x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1$  ன் கந்தழி தொடுகோடுகளைக் காண்க.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) If  $y = \frac{x^2}{(2x+1)^2(x+2)}$  then find  $y_n$ .

$y = \frac{x^2}{(2x+1)^2(x+2)}$  எனில்  $y_n$  காண்க.

Or

- (b) Discuss the maxima and minima of  $x^3y^2(1-x-y)$ .

$x^3y^2(1-x-y)$  ன் மீப்பெருமம் மற்றும் பீச்சிறுமத்தை விவாதி.

12. (a) Find  $p-r$  equation of the curve  $x^2 + y^2 = 2ax$  and hence find the radius of curvature.

$x^2 + y^2 = 2ax$  என்ற வளைவரையின்  $p-r$  சமன்பாட்டைக் காண்க. அதிலிருந்து வளைவு ஆரம் காண்க.

Or

- (b) Find the evolute of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ன் அலர்வரை காண்க.





13. (a) Find the asymptotes of the curve  
 $x^3 - 2y^2 + xy(2x - y) + y(x - 1) + 1 = 0$ .  
 $x^3 - 2y^2 + xy(2x - y) + y(x - 1) + 1 = 0$  என்ற  
 வளைவரையின் கந்தழி தொடுகோடுகள் காண்க.

Or

- (b) Find the asymptotes of  
 $(x + y)^2 (x + 2y + 2) = x + 9y - 2$ .  
 $(x + y)^2 (x + 2y + 2) = x + 9y - 2$  என்ற  
 வளைவரையின் கந்தழி தொடுகோடுகள் காண்க.

14. (a) If  $n$  is positive integer, and if  
 $I_n = \int \cos^n x dx$ , then prove that

$$I_n = -\frac{1}{n} \cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n} I_{n-1}.$$

$n$  மிகை முழு மற்றும்  $I_n = \int \cos^n x dx$  எனில்

$$I_n = -\frac{1}{n} \cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n} I_{n-1} \text{ என நிறுவுக.}$$

Or

- (b) Evaluate:

(i)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^5 x dx$

(ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \cos^5 x dx$

(iii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx$ .

மதிப்பிடுக:

(i)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x \cos^5 x dx$

(ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \cos^5 x dx$

(iii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx$ .

15. (a) Find the volume bounded by the cylinder  
 $x^2 + y^2 = 4$ , the planes  $y + z = 4$  and  $z = 0$ .

$x^2 + y^2 = 4$ ,  $y + z = 4$  மற்றும்  $z = 0$  என்ற  
 தளத்தால் ஆன உருளையின் கன அளவு காண்க.

Or

- (b) Evaluate  $\iint xy dx dy$  taken over the positive  
 quadrant of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

$x^2 + y^2 = a^2$  என்ற வட்டத்தின் மிகை  
 கால்வட்டத்தில்  $\iint xy dx dy$  மதிப்பிடுக.