



APRIL/MAY 2018

**BMA21 — CALCULUS**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

**SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)**

Answer ALL questions.

1. Write the  $n^{\text{th}}$  derivative of  $y = \log(ax + b)$ .  
 $y = \log(ax + b)$  -க்கு  $n$ -வது வகைப்படுத்தலை எழுது.
2. Find the total differential of  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ .  
 $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$  க்கு மொத்த வகைப்படுத்தலை காண்க.
3. Write the formula for angle between the radius vector and tangent in polar co-ordinates.  
ஆர திசைக்கும் தொடுகோட்டு திசைக்கும் இடையே ஆன கோணத்திற்கான போலார் கூறு வாய்பாட்டை எழுதுக.
4. Write the formula for angle of intersection of two curve polar co-ordinates.  
இரண்டு வளைவுகளுக்கிடையே ஆன கோணத்திற்கான வாய்பாட்டை போலார் கூற்றில் எழுதுக.

5. Define Asymptotes to the curve.

வளைவுக்கான அணுகுக் கோடுகளை வரையறு.

6. Write the formula for combined equation of two asymptotes.

இரு இணைந்த அணுகுக் கோடுகளின் வாய்பாட்டை எழுதுக.

7. Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \sin^8 x dx$ .

மதிப்பிடுக  $\int_0^{\pi/2} \sin^8 x dx$ .

8. Define Beta function.

பீட்டா சார்பை வரையறு.

9. Evaluate  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{ay}} xy dx dy$ .

மதிப்பிடுக  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{ay}} xy dx dy$ .

10. Write volume of double integral formula.

இரட்டை தொகையிடல் மூலம் கொள்ளளவு காணும் வாய்பாட்டை எழுதுக.





18. Find the rectilinear asymptotes of

$$2x^4 - 5x^3y^2 + 3y^4 + 4x^5 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0.$$

$2x^4 - 5x^3y^2 + 3y^4 + 4x^5 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$  க்கு அனுகு நேர்க்கோடுகளைக் காண்க.

19. Derive the relation between Beta and Gamma functions.

பீட்டா மற்றும் காமா சார்புக்கு இடையேயான தொடர்பை வருவி.

20. Evaluate  $\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} \frac{dz dy dx}{(x+y+z+1)^3}$ .

மதிப்பிடுக  $\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} \frac{dz dy dx}{(x+y+z+1)^3}$ .



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the maxima and minima of the function  $2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$ .

$2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$  என்ற சார்புக்கு மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்பை காண்க.

Or

(b) If  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ , find  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ .

$x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$  என இருந்தால்  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$  காண்க.

12. (a) Find the radius of curvature for the curve  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  at  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ .

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$  க்கு  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$  என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

Or

(b) Find  $p-r$  equation of  $r = a(1 + \cos \theta)$ .

$r = a(1 + \cos \theta)$  க்கு  $p-r$  சமன்பாட்டை காண்க.



13. (a) Find the asymptotes of the cubic

$$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0.$$

$y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$  க்கு கணக்துர அணுகுக் கோடுகளை காண்க.

Or

- (b) Find the asymptote of  $x^3 + y^3 = 3axy$ .

$x^3 + y^3 = 3axy$  க்கு அணுகுக் கோடுகளைக் காண்க.

14. (a) Prove that  $\Gamma(1/2) = \Gamma\pi$ .

$\Gamma(1/2) = \Gamma\pi$  என நிறுவுக.

Or

- (b) Derive the reduction formula for  $\int \cos^n x dx$  ( $n$  being positive integer)

$\int \cos^n x dx$  -க்கு குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டை தருவிக்க. இங்கு  $n$  ஓர் மிகை முழு எண் ஆகும்.

15. (a) Change the order of integration and hence

evaluate  $\int_0^{4a} \int_{x^2/4a}^{2\sqrt{ax}} xy dy dx$ .

தொகையிடல் வரிசைமாற்றத்தை பயன்படுத்தி

$\int_0^{4a} \int_{x^2/4a}^{2\sqrt{ax}} xy dy dx$  மதிப்பு காண்க.

Or

- (b) Find the area enclosed by the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{என்ற நீள்வட்டம் உள்ளடக்கிய}$$

பரப்பை காண்க.

### SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  prove that

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} + (m^2 - n^2) y_n = 0.$$

$y = \sin(m \sin^{-1} x)$  எனில்

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} + (m^2 - n^2) y_n = 0 \quad \text{என நிறுவுக.}$$

17. Find the evolute of the parabola  $y^2 = 4ax$  with parametric equation  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ .

$x = at^2$ ,  $y = 2at$  என்ற துணையலகு சமன்பாட்டை உடைய  $y^2 = 4ax$  என்ற பரவளையத்திற்கு செங்கோட்டு வரைத்தழுவினைக் காண்க.