

19. Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ in the rectangular region in the XOY plane bounded by the lines $x=0$, $x=a$, $y=0$ and $y=b$.

$x=0$, $x=a$, $y=0$ மற்றும் $y=b$ என்ற புள்ளிகளைக் கொண்ட செவ்வகத்தில் XOY பகுதியில் $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$ எனில் ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

20. Obtain Fourier series expansion of $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x)$, $0 < x < 2\pi$.

சார்பு $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x)$ க்கு $0 < x < 2\pi$ என்ற இடைவெளியில் பூரியர் தொடரைக் காண்க.



NOVEMBER/DECEMBER 2019

**BMA41 — VECTOR ANALYSIS AND
FOURIER ANALYSIS**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. If $\vec{r} = a \cos nt + b \sin nt$ where a, b are constant, prove that $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$.

$\vec{r} = a \cos nt + b \sin nt$ இங்கு a, b மாறிலி, எனில் $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + n^2 \vec{r} = 0$ என நிறுவுக.

2. If $\vec{F} = 3xyz^2\vec{i} + 2xy^3\vec{j} - x^2yz\vec{k}$, find what is the vector at the point (1, -1, 2).

(1, -1, 2) என்ற புள்ளியில் $\vec{F} = 3xyz^2\vec{i} + 2xy^3\vec{j} - x^2yz\vec{k}$ என்ற திசை என்ன என காண்க.

3. Find $\text{grad } \phi$ if $\phi = xyz$ at $(1, 1, 1)$.

$\phi = xyz$ எனில் $(1, 1, 1)$ என்ற புள்ளியில் $\text{grad } \phi$ ஐக் காண்க.

4. Prove that the vector $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ is solenoidal.

$\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ என்பது சுருள்திசையுடையவை என நிறுவுக.

5. If $F = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$, find $\vec{F} \cdot d\vec{r}$.

$F = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ எனில் $\vec{F} \cdot d\vec{r}$ -ஐக் காண்க.

6. Write the formula for surface integral of projection S on xy -plane.

xy -என்ற தளத்தின் S -ன் வீழ்ப்பு மேற்பரப்பின் தொகையிடல் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

7. Define line integral.

கோட்டின் தொகையிடலை வரையறு.

8. Show that $F = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ is a conservative vector field.

$F = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ என்பது காப்பு நிலை திசையன் களம் என காட்டுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If $\vec{r} = 5t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k}$ and $\vec{s} = \sin t\vec{i} - \cos t\vec{j}$, find the value of (a) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{s})$ (b) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{s})$ (c) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{r})$.

$\vec{r} = 5t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k}$ மற்றும் $\vec{s} = \sin t\vec{i} - \cos t\vec{j}$ எனில் (அ) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{s})$ (ஆ) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{s})$ (இ) $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{r})$ -யைக் காண்க.

17. If $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and $r = |\vec{r}|$, prove that (a) $\nabla r = \frac{\vec{r}}{r}$ (b) $\nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r}$.

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ மற்றும் $r = |\vec{r}|$ எனில் (அ) $\nabla r = \frac{\vec{r}}{r}$ (ஆ) $\nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r}$ என நிறுவுக.

18. If $\vec{F} = (2x^2 - 3z)\vec{i} - 2xy\vec{j} - 4x\vec{k}$, then evaluate $\iiint (\vec{F} \times \nabla) dv$, where v is the region bounded by $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ and $2x + 2y + z = 4$.

$\vec{F} = (2x^2 - 3z)\vec{i} - 2xy\vec{j} - 4x\vec{k}$ எனில் $\iiint (\vec{F} \times \nabla) dv$ மதிப்பைக் காண்க, இதில் v என்ற தளமானது $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ மற்றும் $2x + 2y + z = 4$ ஆல் அடைப்பட்டுள்ளது.

(b) Evaluate $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ where

$\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ and S is the surface of the cube bounded by $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$.

$x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=1$, $z=0$, $z=1$ என்ற புள்ளிகளை உள்ளடக்கிய S என்ற கன சதுரத்தில் $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ எனும் போது $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

15. (a) Obtain the half range cosine series for the function $f(x) = x$, $0 < x < \pi$.

$f(x) = x$ க்கு $0 < x < \pi$ இடைவெளியில் அரை பகுதிக்கு கொள்கை விரிவாக்கத்தை காண்க.

Or

(b) Using Parseval's formula express $f(x) = x$ in $(0, l)$ half range sine series and deduce that

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

பார்செவெல்ஸ் வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தி $f(x) = x$ க்கு $(0, l)$ இடைவெளியில் அரை பகுதிக்கு கொள்கை விரிவாக்கத்தை காண்க. அதிலிருந்து

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

9. Define odd and even function.

ஒற்றை மற்றும் இரட்டை சார்பை வரையறு.

10. Write formula for Root mean square value.

மூலத்தின் சதுர சராசரி மதிப்பின் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If $\frac{da}{dt} = w \times a$; $\frac{db}{dt} = w \times b$, show that $\frac{d}{dt}(a \times b) = w \times (a \times b)$.

$\frac{da}{dt} = w \times a$ மற்றும் $\frac{db}{dt} = w \times b$ எனில் $\frac{d}{dt}(a \times b) = w \times (a \times b)$ என காட்டுக.

Or

(b) If $F = xyz\vec{i} + xz^2\vec{j} - y^3\vec{k}$ and $G = x^3\vec{i} - xyz\vec{j} - x^2z\vec{k}$, find the value of $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \times \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$.

$F = xyz\vec{i} + xz^2\vec{j} - y^3\vec{k}$ மற்றும்

$G = x^3\vec{i} - xyz\vec{j} - x^2z\vec{k}$ எனில் $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \times \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$ -ன்

மதிப்பைக் காண்க.

12. (a) If f and g are two scalar functions then show that $\Delta(fg) = f \cdot \nabla g + g \cdot \nabla f$.

f மற்றும் g என்பவை அளவெண் சார்புப்புள்ளிகள் எனில் $\Delta(fg) = f \cdot \nabla g + g \cdot \nabla f$ எனக்காட்டுக.

Or

- (b) Find the value of the constants a, b, c if the vector

$F(x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$ is irrotational.

$F(x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$

என்பது சுழற்சியற்றவை எனில் மாறிலிகள் a, b, c ன் மதிப்புகளை காண்க.

13. (a) Evaluate $\int_C \vec{F} d\vec{r}$ where $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^3\vec{j}$ and C is a portion of the parabola $y = x^2$ in the XY plane from $A(0, 0)$ to $B(1, 1)$.

XY தளத்தில், C என்பது $y = x^2$ பரவளையத்தில் $A(0, 0)$ முதல் $B(1, 1)$ வரை செல்லும் ஒரு பகுதி எனில், $\int_C \vec{F} d\vec{r}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Or

- (b) Evaluate $\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds$ where

$\vec{F} = yzi\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ and S is the part of the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ which lies in the first octant.

S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ எனும் தளத்தில் முதல் கால் பகுதியில் அமைந்த பகுதி எனில் $\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

14. (a) Evaluate $\int_C (x^2 dx - xy dy)$ by Green's theorem where C is the curve in the xy -plane bounded by $x=0$, $y=0$, $x=a$, $y=a(a>0)$.

xy -தளத்தில் $x=0$, $y=0$, $x=a$, $y=a(a>0)$ என்ற புள்ளிகளால் வரையறுக்கப்பட்ட C என்ற வளைவரையில் கிரீன்ஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $\int_C (x^2 dx + xy dy)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

Or