

APRIL/MAY 2019

**BMA31 — DIFFERENTIAL EQUATIONS**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Solve  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2 + y^2 - 2y}$ .

தீர்க்க  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2 + y^2 - 2y}$ .

2. Solve  $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ .

தீர்க்க  $x^2 p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ .

3. Solve the equation  $\frac{d^4 y}{dx^4} - y = 0$ .

$\frac{d^4 y}{dx^4} - y = 0$  என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.

15. (a) If  $f(x) = x^2$  in  $-\pi < x < \pi$  then find Fourier series expansion.

$-\pi < x < \pi$  என்ற இடைவெளியில்  $f(x) = x^2$  என்பதின் பூரியர் விரிவு தொடரைக் காண்க.

Or

- (b) Obtain the half-range cosine series for the function  $f(x) = x$  in  $0 < x < \pi$ .

$0 < x < \pi$  என்ற இடைவெளியில்  $f(x) = x$  என்பதின் அரைவீச்சு கோசைன் விரிவு தொடரைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find (a)  $\nabla\left(\frac{1}{r}\right)$  (b)  $\nabla r^n$ .

காண்க (அ)  $\nabla\left(\frac{1}{r}\right)$  (ஆ)  $\nabla r^n$ .

17. Prove that

$$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}(\nabla \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\nabla \cdot \vec{A}) + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B}.$$

நிறுவுக:

$$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A}(\nabla \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\nabla \cdot \vec{A}) + (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B}$$

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) A particle moves along the curve  $x = 4 \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = 6t$ . Find the velocity and acceleration at  $t = 0$ .

$x = 4 \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = 6t$  என்ற வளைவரையின் வழியே ஒரு துகளானது நகருகிறது எனில் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்தை  $t = 0$  வில் காண்க.

Or

- (b) Find the directional derivative of the function  $\phi = xy + y^2 - x^2$  at the point  $(1, 2, 1)$  in the direction  $3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

$3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  என்ற திசையில்  $(1, 2, 1)$  என்ற டள்ளியில்  $\phi = xy + y^2 - x^2$  ன் திசை வகைக்கெழுவை காண்க.

12. (a) Find  $\phi$  if

$$\nabla \phi = (6xyz + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}.$$

$$\nabla \phi = (6xyz + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$$

எனில்  $\phi$  ஐ காண்க.

Or



(b) Solve  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$ .

தீர்க்க  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{(1-x)^2}$ .

13. (a) Solve  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{x(yz-2x)}$ .

தீர்க்க  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{x(yz-2x)}$ .

Or

(b) Solve  $(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$ .

தீர்க்க  $(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$ .

14. (a) Find  $L(\cos^4 T)$ .

காண்க  $L(\cos^4 T)$ .

Or

(b) Find  $L^{-1}\left(\frac{S-3}{S^2+4S+13}\right)$ .

காண்க  $L^{-1}\left(\frac{S-3}{S^2+4S+13}\right)$ .

15. (a) Solve  $xp^2 - ypq + y^3q - y^2z = 0$ .

தீர்க்க  $xp^2 - ypq + y^3q - y^2z = 0$ .

Or

(b) Solve  $p^2 + q^2 = z^2(x^2 + y^2)$ .

தீர்க்க  $p^2 + q^2 = z^2(x^2 + y^2)$ .

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve  $y(xy + 2x^2y^2)dx + x(xy - x^2y^2)dy = 0$ .

தீர்க்க  $y(xy + 2x^2y^2)dx + x(xy - x^2y^2)dy = 0$ .

17. Solve  $(D^2 + 4D + 5)y = e^x + x^3 + \cos 2x$ .

தீர்க்க  $(D^2 + 4D + 5)y = e^x + x^3 + \cos 2x$ .

18. Solve  $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = 5t$ ,  $\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = 0$ .

தீர்க்க  $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = 5t$ ,  $\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = 0$ .