

NOVEMBER/DECEMBER 2019

BMA11 — ALGEBRA

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. If α, β, γ are the roots of $x^3 + 3x^2 + 2x + 4 = 0$ find the value of $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$.

α, β, γ என்பன $x^3 + 3x^2 + 2x + 4 = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ -ன் மதிப்பு காண்க.

2. What is reciprocal equation?

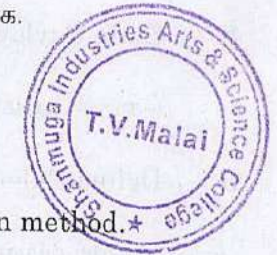
தலைகீழ் சமன்பாடு என்றால் என்ன?

3. Write the use of Newton Raphson method.*

நியூட்டன் ராப்சன் முறையின் பயனை எழுதுக.

4. State Descartes rule of signs.

குறிகளுக்கான டெஸ்காட்டின் விதியை கூறுக.



5. Expand : $(1-x)^{-1}$.

விரிக்க : $(1-x)^{-1}$.

6. Prove : $\log \frac{n+1}{n} = 2 \left[\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \dots \right]$.

நிறுவுக : $\log \frac{n+1}{n} = 2 \left[\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \dots \right]$.

7. Define Hermitian matrix and give an example.

ஹெர்மிசியன் அணியை வரையறு மற்றும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

8. State Cayley Hamilton theorem.

கேய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

9. Define Euler function.

ஆய்லர் சார்பை வரையறு.

10. Show that $n(n+1)(2n+1)$ is divisible by 6.

$n(n+1)(2n+1)$ என்பது 6-ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

n என்ற பகா எண்ணிற்கு x, y என்பன பகாத் தன்மை கொண்டவை எனில் $x^{n-1} - y^{n-1}$ ஆனது n -ஆல் வகுபடும் எனக் காட்டு. மேலும் $x^{12} - y^{12}$ ஆனது 1365-ஆல் வகுபடும் எனத் தருவி.



17. Find a positive root of $x^3 - 3x + 1 = 0$ by Horner's method correct to two decimal places.

$x^3 - 3x + 1 = 0$ -ன் மிகை மூலத்தை இரு தசம இடத் திருத்தமாக ஹார்னர் முறையில் காண்க.

18. Prove that $1.5 + \frac{2.6}{1!} + \frac{3.7}{2!} + \dots = 13e$.

நிறுவுக : $1.5 + \frac{2.6}{1!} + \frac{3.7}{2!} + \dots = 13e$.

19. Diagonalise the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and hence find A^5 .

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை மூலைவிட்ட அணியாக

மாற்றுக மற்றும் அதிலிருந்து A^5 காண்க.

20. If x and y are both prime to the prime number n then prove that $x^{n-1} - y^{n-1}$ is divisible by n . Deduce that $x^{12} - y^{12}$ is divisible by 1365.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, form the equation whose roots are $\alpha\beta, \beta\gamma$ and $\gamma\alpha$.

α, β, γ என்பன $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\alpha\beta, \beta\gamma$ மற்றும் $\gamma\alpha$ என்ற மூலங்களை கொண்ட சமன்பாட்டை அமைக்க.

Or

- (b) Diminish the roots of $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ by 2.

$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ -ன் மூலங்களை 2-ஆல் குறைக்க.

12. (a) Determine completely the nature of the roots of the equation $x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$.

$x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை முழுமையாகக் காண்க.

Or

- (b) Using Newton's method, find correct to 4 decimal places, the root between 0 and 1 of the equation $x^3 - 6x + 4 = 0$.

$x^3 - 6x + 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு 0 மற்றும் 1-ற்கு இடைப்பட்ட மூலத்தை 4 தசம இடத்திருத்தமாக நியூட்டன் முறையில் காண்க.

13. (a) Find the sum to infinity of the series

$$\frac{4}{18} + \frac{4.12}{18.27} + \frac{4.12.20}{18.27.36} + \dots$$

$$\frac{4}{18} + \frac{4.12}{18.27} + \frac{4.12.20}{18.27.36} + \dots$$

என்ற தொடருக்கு கந்தழி வரை கூடுதல் காண்க.

Or

- (b) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\log(1+x)}$.

$$\text{மதிப்பிடுக : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\log(1+x)}$$

14. (a) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ find AA^T and $A^T A$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ எனில் } AA^T \text{ மற்றும் } A^T A$$

காண்க.

Or

- (b) Find the eigen values and eigen vector of the matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள்}$$

மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

15. (a) Find the highest power of 3 dividing 1000!

1000! -ஐ வகுக்கும் 3-ன் மீப்ரு அடுக்கு காண்க.

Or

- (b) Show that $(18)! + 1$ is divisible by 437.

$(18)! + 1$ -ஐ ஆனது 437 ஆல் பகுபடும் எனக் காட்டு.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the Reciprocal equation :

$$6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^3 - 35x^2 - 6 = 0.$$

தலைகீழ் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க :

$$6x^6 - 35x^5 + 56x^4 - 56x^3 - 35x^2 - 6 = 0.$$